Chapter1

基礎理論

# 1. 離散数学

## 1. 基数（きすう）

学習のポイント

✅ 10進数、2進数、16進数を相互に変換できるようになろう！

日常、私たちが使用している数は10進数と呼ばれ、「0～9の10種類」の数字を使い、10で桁上がりする、という表現方法を用いています。このとき10を基数と呼びます。

**🕮 さらに詳しく**

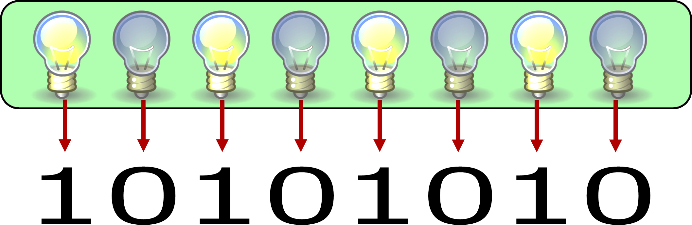
●10進数、2進数、16進数の各基数における数値の対応は以下のとおりです。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10進数 | 2進数 | 16進数 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 |
| 3 | 11 | 3 |
| 4 | 100 | 4 |
| : | : | : |
| 9 | 1001 | 9 |
| 10 | 1010 | A |
| 11 | 1011 | B |
| : | : | : |
| 15 | 1111 | F |
| 16 | 10000 | 10 |
| 17 | 10001 | 11 |
| : | : | : |

10進数 》》》 0～9（10種類）で表現

コンピュータ内部では、あらゆるデータを「電気が流れる、流れない」、「電圧が高い、低い」の2つの状態で保持します。このため、数を表すには、10進数ではなく、「0と1の2種類」の数字を使って各桁を表現する**2進数**と呼ばれる表現方法が適しています。

2進数 》》》 0と1（2種類）で表現



2進数には、人間が見たときに「桁数が多い」、「内容が識別しにくい」といった欠点があります。こうした不都合な点を解消するために、コンピュータ内部の情報を人間が見たり、プログラムで表現したりする際には、2進数を4桁にまとめた16進数が用いられることが多いです。

**16進数**では、「0～9、A～F（A～Fで10～15に対応）の16種類」の数字を使い、10進数の16で桁上がりします。このとき基数は16となります。

16進数 》》》 0～9とA～F（16種類）で表現

前述のように、数値を表すときの桁上がりの基本となる数を基数と呼びますが、ある基数で表した数値を、他の基数で表した数値に変換することを、**基数変換**といいます。

### 1）10進数から2進数へ

10進数を2進数に変換する場合、整数部と小数部で方法が異なるので、注意が必要です。

なお、こうした作業過程では、一般にn進数を (　　)nと表記します。

10進数43を2進数に変換する。

1．(43)10を変換後の基数2で割り、商と余りを求める。

2．上記1の商を基数2でさらに割り、商と余りを求める。これを商が0になるまで繰り返す。

3．除算の余りを計算とは逆の順番に並べる。

43 ÷　2　＝ 21 余り 1

21 ÷　2　＝ 10 余り 1

10 ÷　2　＝ 5 余り 0

5 ÷　2　＝ 2 余り 1

2 ÷　2　＝ 1 余り 0

1 ÷　2　＝ 0 余り 1

(43)10＝(101011)2

10進数から2進数へ（整数部を変換する例）

10進数0.8125を2進数に変換する。

1．(0.8125)10に変換後の基数2を掛ける。

2．上記1の乗算結果の小数部に基数2をさらに掛ける。これを小数部が0になるまで繰り返す。

3．乗算の結果、求められた整数部の値を計算した順番に並べる。

0.8125 ×2＝1.625

0.625 ×2＝1.25

0.25 ×2＝0.5

0.5 ×2＝1.0

(0.8125)10＝(0.1101)2

10進数から2進数へ（小数部を変換する例）

### 2）2進数から10進数へ

数値は大きくなると桁が増えていきます。10進数の「1234」を例にすると、各桁には以下のような規則があります。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 桁 | 4桁目 | 3桁目 | 2桁目 | 1桁目 |
| 数値 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 1×103 | 2×102 | 3×101 | 4×100 |

10進数では、桁が上がるごとに10倍されます。これを桁の重みといいます。

2進数も同様に、2進数の「1001」を例にすると、各桁には以下のような規則があります。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 桁 | 4桁目 | 3桁目 | 2桁目 | 1桁目 |
| 数値 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|  | 1×23 | 0×22 | 0×21 | 1×20 |

2進数を10進数に変換する場合、2進数の各桁に2nの重み付けをしていきます。

(101011.1101)2を10進数に変換する。

1．整数部は下位の桁から順に2の0乗、1乗、2乗…の重み付け（乗算）を行い、

小数部は上位の桁から順に2の－1乗、－2乗…の重み付け（乗算）を行う。

2．重み付けをした結果を加算する。

１ ０ １ ０ １ １． １ １ ０ １

× × × × × × × × × ×

25 24 23 22 21 20 2-1 2-2 2-3 2-4

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

32＋ 0＋ 8＋ 0＋ 2＋ 1＋ 0.5＋0.25＋ 0＋ 0.0625＝43.8125

(101011.1101)2＝(43.8125)10

2進数から10進数へ（例）

|  |
| --- |
| 例題  2進数の101.11を10進数で表したものはどれか。  ア　5.11 イ　5.3 ウ　5.55 エ　5.75  2進数を10進数に変換する場合、整数部は下位の桁から順番に0乗、1乗、2乗、･･･の重み付けを行い、小数部は上位の桁から順番に－1乗、－2乗、･･･の重み付けを行います。  １ ０ １． １ １  × × × × ×  22 21 20 2-1 2-2  ↓ ↓ ↓ ↓ ↓  4＋ 0＋ 1＋ 0.5＋ 0.25 ＝5.75  基本情報　平成13年度春　問2　[出題頻度：★★☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-1,2

### 3）16進数から2進数へ

16進数を2進数に変換する場合、16進数1桁を2進数4桁に変換します。

(2B.E)16を2進数に変換する。

1．16進数1桁を2進数4桁に置き換える。

２ Ｂ． Ｅ

↓ ↓ ↓

0010 1011． 1110

(2B.E)16＝(101011.111)2

16進数から2進数へ（例）

### 4）2進数から16進数へ

16進数を2進数に変換する場合とは逆に、2進数4桁を16進数1桁に変換します。

(101011.111)2を16進数に変換する。

1．小数点を基準に、2進数4桁ごとに区切る。ただし、2進数の桁数が4の倍数でないときは、整数部は先頭

に、小数部は末尾に0を補って4の倍数桁にする。

2．区切った各桁を1桁の16進数に変換する。

**00**10 1011. 111**0**　　　部分には**0**を補う

　↓ 　↓ 　↓

　２ 　Ｂ. 　Ｅ

(101011.111)2＝(2B.E)16

2進数から16進数へ（例）

**🕮 さらに詳しく**

●2進数⇔8進数の変換は、2進数3桁が8進数1桁に対応します。

|  |
| --- |
| 例題  16進数0.75と等しいものはどれか。  ア　2－2＋2－5＋2－7＋2－8 イ　2－2＋2－3＋2－4＋2－6＋2－8  ウ　2－1＋2－2 エ　2－1＋2－2＋2－3＋2－4＋2－6  与えられた16進小数を2進数に変換するため、16進数1桁を2進数4桁に置き換えます。  ０． ７ ５  ↓ ↓ ↓  ０． 0111 0101  よって、(0.75)16＝(0.0111 0101)2＝2－2＋2－3＋2－4＋2－6＋2－8となります。    基本情報　平成14年度秋　問1　[出題頻度：★☆☆]  解答－イ |

別冊演習ドリル 》 1-3,4

### 5）10進数からn進数へ

10進数をn進数に変換する場合、整数部は基数nで割り、小数部は基数nを掛けます。

(43)10を4進数に変換する。

1．(43)10を変換後の基数4で割り、商と余りを求める。

2．上記1の商を基数4でさらに割り、商と余りを求める。これを商が0になるまで繰り返す。

3．除算の余りを計算とは逆の順番に並べる。

43÷4 ＝10 余り 3

10÷4 ＝2 余り 2

2÷4 ＝0 余り 2

(43)10＝(223)4

10進数からn進数へ（例）

### 6）n進数から10進数へ

n進数を10進数に変換する場合、n進数の各桁に重み付けを行います。

(123.64)8を10進数に変換する。

1．整数部は下位の桁から順に8の0乗、1乗、2乗…、小数部は上位の桁から順に8の－1乗、－2乗…

の重み付けを行う。

2．重み付けをした結果を加算する。

１ ２ ３. ６ ４

× × × × ×

82 81 80 8-1 8-2

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

64＋ 16＋ 3＋ 0.75＋ 0.0625＝83.8125

(123.64)8＝(83.8125)10

n進数から10進数へ（例）

|  |
| --- |
| 例題  16進小数3A.5Cを10進数の分数で表したものはどれか。  ア　 イ　 ウ　 エ  16進数で表現された（3A.5C）の各桁に重み付けを行い、10進数に変換します。  (3A.5C)16　＝3×161＋10×160＋5×16－1＋12×16－2  ＝3×16＋10×1＋5×＋12×  ＝  基本情報　平成22年度秋　問1　[出題頻度：★★☆]  解答－イ |

別冊演習ドリル 》 1-5,6

## 2. 数値の表現

学習のポイント

✅ ビット、バイトの単位を覚えよう！

✅ 2の補数方式における負（マイナス）の数の算出方法を覚えよう！

✅ 浮動小数点数の各用語の意味と変換方法を覚えよう！

コンピュータ内部では2進数を使って数値が表現されます。このとき2進数1桁を**ビット**（bit）と呼びます。また8桁（8bits）を**バイト**（Byte）と呼びます。

または

1

0

ビット

1

0

0

0

0

0

0

1

バイト

8ビット

### 1）負の数の表現

数値には、正の数ばかりでなく負の数があります。この負の数をコンピュータ内部で表現する方法には何種類かありますが、一般的には**2の補数方式**が用いられます。

補数は「基数」からその数を差し引いたものです。8ビットの固定小数点数で数値を表現するとき、2の補数方式を用いてｘの負数を表現するには、基数28からｘを差し引く「28(＝100000000)－ｘ」を行います。

なお、2の補数方式で負の数を表現した場合に先頭の1ビットは1になります。正の数の場合には先頭の1ビットは0なので、その結果、先頭の1ビット（MSB：Most Significant Bit）は符号を表す符号ビットとなります。

8ビットの2の補数方式で(－18)10を表現

1．絶対値の2進数を求める。－18の絶対値は18だから

(18)10→(00010010)2

2．8ビットであるため28から上記1の結果を引く。

100000000

－　00010010

　11101110　結果的には絶対値を反転した値に1を加えたことになる

　　　　　　　　　　　　　　　（絶対値に戻す場合も反転して１加算を行う）。

(－18)10→(11101110)2

2の補数方式（例）

### 2）固定小数点数と浮動小数点数

コンピュータ内部で数値を表現する方法には、いくつかの方法があります。純粋な2進数で表現した数値を特に純2進数と呼び、小数点の位置を固定して表現する「固定小数点数」と、実数を表す「浮動小数点数」があります。

#### ①固定小数点数

純2進数を表現する場合に、一番よく使われる方法が固定小数点数で、小数点の位置を固定して考えます。なお、小数点の位置を最後に固定する方法が、一般的に用いられています。

16ビット

・

↑

小数点の位置

ビット番号

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

15

14

8ビット

・

↑

小数点の位置

ビット番号

0

1

2

3

4

5

6

7

固定小数点数

例えば、10進数の(18)10は2進数で表すと(10010)2となり、8ビットサイズの固定小数点数でこの整数を表現すると(00010010)2となります。

(18)10 の場合

0

0

0

1

0

0

1

0

・

↑

小数点の位置

固定小数点数（例）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題  10進数－5.625を，8ビット固定小数点形式による2進数で表したものはどれか。ここで小数点位置は3ビット目と4ビット目の間とし，負数には2の補数表現を用いる。   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | |  |  |  |  |  |  |  |  | | ↑  小数点位置 | | | | | | | |   ア　01001100 イ　10100101 ウ　10100110 エ　11010011  負数には2の補数表現を用いるとあるので、まず問題文中の数値－5.625の絶対値5.625の2進数表現を求めます。  (5.625)10＝(101.101)2  次に8ビットの固定小数点形式で表すと次のようになります。   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | ↑  小数点位置 | | | | | | | |   2の補数を求める場合は、小数点位置を考慮する必要はなく、そのまま各ビットを反転し、末尾の桁（右端のビット）に1を加算します。   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | ↓各ビットの反転 | | | | | | | | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | ↓末尾の桁に1を加算 | | | | | | | | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |   基本情報　平成23年度秋　問2　[出題頻度：★★☆]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-7～9

#### ②浮動小数点数

コンピュータで実数を表現するために利用する形式が、**浮動小数点数**です。

浮動小数点数は、小数点の位置を一定にせず、別に小数点の位置を指示する数を併記する方法です。具体的には、数値Ｘを「Ｘ＝Ｍ×ＢE」のように指数の形で表現する方法で、Ｍを**仮数**（かすう）、Ｂを**底**（てい）または**基数**、Ｅを**指数**（しすう）と呼びます。底としては一般に2または16を使用します。

浮動小数点数は、小数点の位置を一定にしないため、同じ数値でも指数と仮数を調整すれば、いくとおりにも表現できることになります。表現方法を統一するには、仮数部の最上位桁が0以外になるように、小数点の位置を調整

する（例：仮数部の値Ｍが ≦Ｍ＜1の範囲に入るようにする）必要があります。このプロセスを**正規化**と呼び、正規化を行うことによって有効数字の範囲を最大に保つことができます。

例 (1234)10　→ (123.4)10 × 101　　　正規化

(1234)10 × 100 ⇒　(0.1234)10　×　104

(12340)10 × 10－1

次の形式の浮動小数点数で(100)10を表現する場合（底を2とした場合）

Ｓ

Ｅ

Ｍ

7ビット

24ビット

1ビット

▲

Ｓ…仮数部の符号（正は0，負は1）

Ｅ…指数部※　2のべき乗で，負数は2の補数

Ｍ…仮数部の絶対値

▲…小数点

1．(100)10をＭ×ＢEの形式に変換する。

(100)10＝(01100100)2＝(01100100)2×20

2．仮数部の値が1/2≦Ｍ＜1の範囲に入っていない場合は正規化を行う。

(01100100)2×20＝(0.11001)2×27

3．(0.11001)2×2 7

Ｓ

0

000 0111

Ｅ

1100 1000 0000 0000 0000 0000

Ｍ

　　※指数部の表現としてバイアス（下駄履き）方式を用いる場合もある。この場合、本来の値に一定の値を加算することで、指数部に格納する値が必ず正の値になるようにする。元の数値に戻す場合は、指数部の値から加算した値を減算して使用する。例えば、指数部（E）の表現を本来の指数に64を加算して格納する場合、指数が「－34」であるとすると、本来の指数に64を加算（－34＋64）して「30」として指数部に格納し、利用する際は64を減算して元に戻す。この場合、浮動小数点の表記上の指数を「E－64」などと表記する。

浮動小数点数の計算（例）

なお、32ビット（符号1ビット、指数部8ビット、仮数部23ビット）の浮動小数点数を単精度、64ビット（符号1ビット、指数部11ビット、仮数部52ビット）の浮動小数点数を倍精度と呼びます。

|  |
| --- |
| 例題  実数ａをａ＝ｆ×ｒeと表す浮動小数点表記に関する記述として，適切なものはどれか。  ア　ｆを仮数，ｅを指数，ｒを基数という。 イ　ｆを基数，ｅを仮数，ｒを指数という。  ウ　ｆを基数，ｅを指数，ｒを仮数という。 エ　ｆを指数，ｅを基数，ｒを仮数という。  浮動小数点表示において、ａ＝ｆ×ｒe　と表すとき、ｆを仮数、ｅを指数、ｒを基数といいます。  基本情報　平成21年度秋　問2　[出題頻度：★★☆]  解答－ア |

別冊演習ドリル 》 1-10～12

🏋プラスアルファ

**●BCD**

10進数の各桁に2進数の4桁を対応させて表現したものを**BCD**（Binary Code Decimal：**2進化10進数**）と呼びます。BCDには、1バイトで10進数の数字1桁を表現するゾーン10進数と、1バイトで10進数2桁を表現するパック10進数があります。

**①ゾーン10進数** （例）　25の場合　2桁 ⇒ 2バイト

ゾーン10進数は、1バイトの下位4ビットに数字1桁を記

1 1 0 0※

0 1 0 1

↑

符号（＋）（＋）

↑

2

↑

5

ゾーン

ゾーン

数　字

数　字

バイト

バイト

1 1 1 1

0 0 1 0

▲  
小数点

▲  
小数点

1 1 0 0※

0 0 1 0

数　字

0 0 0 0

数　字

0 1 0 1

バイト

符　号

数　字

バイト

↑

0を補う

↑

符号（＋）

↑

2

↑

5

録し、上位4ビットはゾーンビットとして一定のビットパターン

を記録します。

ただし、最下位バイトの上位4ビットには、正負の符号が

入ります。そのため、n桁の10進数を記録するにはnバイト

必要です。

**②パック10進数** （例）　25の場合　(2桁＋1)÷2＝1.5 ⇒ 2バイト（切り上げ）

パック10進数は、1バイトに数字2桁を記録します。ただ

し、最下位バイトの下位4ビットには、正負の符号が入りま

す。そのため、n桁の10進数を記録するには(n+1)÷2

（※小数部切り上げ）バイトが必要です。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※符号を表すビットパターンは処理方式により異なります。

|  |
| --- |
| 例題　🏋プラスアルファ  数値の部分が6けたの符号付き10進数を，パック10進表記法で表すと，必要なバイト数は幾らか。  ア　3 イ　4 ウ　6 エ　7  パック10進表記法は、1バイトで10進数の数字2桁を表現します。そのため、正負の符号を含めると、n桁の10進数を記録するには「（n＋1）÷2（小数点未満切り上げ）」バイトが必要になります。なお正負の符号は、最下位バイトの下位4ビットを使って表現します。  したがって、6けたの符号付き10進数は、  （6＋1）÷2＝3.5＝4（小数点未満切り上げ）  となり、4バイト必要になります。  基本情報　平成13年度春　問4　[出題頻度：★☆☆]  解答－イ |

## 3. 算術演算と精度

学習のポイント

✅ 2進数同士の足し算ができるようになろう！

✅ 表現可能な範囲を覚えよう！

✅ シフト演算のルールと、シフトによって乗除算ができることを覚えよう！

✅ 丸め誤差、打切り誤差、桁落ち、情報落ちの出題ポイントをおさえよう！

### 1）2進数の計算

コンピュータ内部は数値を全て2進数で表現しているので、演算も2進数のルールで行います。

2進数の加算は、次のルールに従って行われます。

00010011 (19)10

＋00000010 (　2)10

00010101 (21)10

ルール：0＋0＝0，0＋1＝1，1＋0＝1，1＋1＝10

ルールの最後にある、1＋1＝10は、**桁上がり**（**キャリー**）が生じたことを示します。

2進数の加算（例）

2進数の減算は、次のルールに従って行われます。

00011100 (28)10

－00001010 (10)10

00010010 (18)10

ルール：0－0＝0，0－1＝－1，1－0＝1，1－1＝0

ルールの2番目にある、0－1＝－1は、上位の桁に1があれば**桁借り**（**ボロー**）が生じたことを示します。

2進数の減算（例）

### 2）表現可能な数値の範囲

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | １語の長さ | | |
| 10進数 | ４ビット | ６ビット | ８ビット |
| -128 |  |  | **10000000** |
| -127 |  |  | 10000001 |
| -126 |  |  | 10000010 |
| ～ |  |  | ～ |
| -32 |  | **100000** | 11100000 |
| -31 |  | 100001 | 11100001 |
| -30 |  | 100010 | 11100010 |
| ～ |  | ～ | ～ |
| -8 | **1000** | 111000 | 11111000 |
| -7 | 1001 | 111001 | 11111001 |
| -6 | 1010 | 111010 | 11111010 |
| -5 | 1011 | 111011 | 11111011 |
| -4 | 1100 | 111100 | 11111100 |
| -3 | 1101 | 111101 | 11111101 |
| -2 | 1110 | 111110 | 11111110 |
| -1 | 1111 | 111111 | 11111111 |
| 0 | 0000 | 000000 | 00000000 |
| +1 | 0001 | 000001 | 00000001 |
| +2 | 0010 | 000010 | 00000010 |
| +3 | 0011 | 000011 | 00000011 |
| +4 | 0100 | 000100 | 00000100 |
| +5 | 0101 | 000101 | 00000101 |
| +6 | 0110 | 000110 | 00000110 |
| +7 | **0111** | 000111 | 00000111 |
| ～ |  | ～ | ～ |
| +29 |  | 011101 | 00011101 |
| +30 |  | 011110 | 00011110 |
| +31 |  | **011111** | 00011111 |
| ～ |  |  | ～ |
| +125 |  |  | 01111101 |
| +126 |  |  | 01111110 |
| +127 |  |  | **01111111** |
| 表現可能な範囲；最小値・最大値のビットパターン | | | |

8ビットの固定小数点数において、2の補数方式で負の数を表現する場合、表現可能な数値の範囲は次のとおりです。

最小値：10000000 →＝ －(128)10 →＝－27

最大値：01111111 →＝ ＋(127)10 →＝27－1

一般的にnビットの固定小数点数において、2の補数方式で負の数を表現する場合、表現可能な範囲は

－2n－1　～　2n－1－1

であり、この範囲を超える（下回る）値は、表現できません。

なお、浮動小数点においては、演算結果が指数部で表現できる値の上限を超えてしまう（絶対値が大きすぎる）場合を**オーバフロー**、下限を下回ってしまう（絶対値が小さすぎる）場合を**アンダフロー**と呼びます。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 負　←←←　　０　　→→→　正 | | | | | |
| 負の  オーバフロー | 表示できる指数 | 負の  アンダフロー | 正の  アンダフロー | 表示できる指数 | 正の  オーバフロー |

オーバフローとアンダフロー

|  |
| --- |
| 例題  負数を2の補数で表現する固定小数点表示法において，nビットで表現できる整数の範囲はどれか。ここで，小数点の位置は最下位ビットの右とする。  ア　－2n～2n-1 イ　－2n-1－1～2n-1  ウ　－2n-1～2n-1－1 エ　－2n-1～2n-1  負数を2の補数で表現する固定小数点表示法では、nビットで表現できる最大値を2n-1－1で表すことができ、最小値を－2n-1で表すことができます。  具体的に数値を当てはめて考えると、例えば、8ビットの最大値は、(01111111)2であり、これを10進数に変換すると、127（28-1－1）となります。8ビットの最小値は、(10000000)2であり、これを10進数に変換すると、 －128（－28-1）となります。  基本情報　平成18年度春　問3　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-13～15

### 3）シフト演算

1列に並んでいるビット列を、左または右方向に桁移動することをシフトといいます。乗除算を行う場合、コンピュータではシフトが用いられます。

シフトの方法には、算術シフトや論理シフトと呼ばれるものがあります。どちらの方法もオーバフロー（あふれ）が生じなければ、左にnビットだけシフトすると、元の数を2n倍することになり、右にnビットだけシフトすると、元の数を2nで割ったときの商が求められます。

#### ①算術シフト

算術シフトは、符号ビットを考慮して符号ビット以外を左右にシフトさせる方法です。

**1**

1

0

1

1

1

0

**0**

0

1

1

1

1

0

**0**

**0**

**1**

1

**1**

0

1

1

1

0

元になる数値（－36)10

【1ビット左シフト】

【1ビット右シフト】

MSB（符号）はそのまま

**1**…はみ出す（削除）

必ず**0**が入る

必ず**符号と同じ値**が入る

**0**…はみ出す（削除）

＝（－72)10

＝（－18)10

算術シフト（例）

#### ②論理シフト

論理シフトは、符号ビットを無視して全ビットを左右にシフトさせる方法です。

1

**1**

0

1

1

1

0

**0**

0

1

1

1

1

0

**0**

**0**

**1**

**0**

1

0

1

1

1

0

元になる数値（－36)10

【1ビット左シフト】

【1ビット右シフト】

**1**…はみ出す（削除）

必ず**0**が入る

必ず**0**が入る

**0**…はみ出す（削除）

論理シフト（例）

|  |
| --- |
| 例題  数値を2進数で格納するレジスタがある。このレジスタに正の整数xを設定した後，“レジスタの値を2ビット左にシフトして，xを加える”操作を行うと，レジスタの値はxの何倍になるか。ここで，あふれ（オーバフロー）は，発生しないものとする。  ア　3 イ　4 ウ　5 エ　6  シフトによるあふれが発生しないことを前提とした場合、左にnビットシフトすると、元の値の2n倍となります。  今回の問題では、xを2ビット左にシフトした値とxの加算であるため、(x×22)＋x＝(x×4)＋(x×1)＝x×5となります。  基本情報　平成18年度春　問3　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-16～22

### 4）演算精度（誤差とその対策）

有限桁の数字で表される小数を**有限小数**といい、有限小数では正確に表現できない小数を**無限小数**といいます。無限小数の代表的なものとして、円周率があります。

10進数で有限小数である数が、必ずしも2進数や8進数、16進数で有限小数になるとは限りません。

例えば、10進小数0.8を2進数で表すために基数変換を行おうとすると、

0.8 ＝ 0.11001100 …

と、「1100」を繰り返し、いくら計算しても有限小数では表すことはできません。

8進数、16進数で表そうとしても同様です。

|  |
| --- |
| 例題  次の10進小数のうち，2進数で表すと無限小数になるものはどれか。  ア　0.05 イ　0.125 ウ　0.375 エ　0.5  2進数の小数第1位以下の各位の値を10進数で並べると次のようになります。  0.5、0.25、0.125、･･･  したがって、この数の組み合わせで表現しきれない10進小数は2進数に変換すると無限小数となります。  なお、各選択肢の10進小数を2進数に変換すると次のようになります。  ア　(0.05)10＝(0.0000110011001100･･･)2  イ　(0.125)10＝(0.001)2  ウ　(0.375)10＝(0.011)2  エ　(0.5)10＝(0.1)2  基本情報　平成26年度春　問1　[出題頻度：★★☆]  解答－ア |

別冊演習ドリル 》 1-23

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 🏋プラスアルファ  コンピュータは計算処理を有限の桁数で行うため、実数を扱うほとんどの計算において誤差を生じます。その結果、計算によって求めた数値には有効な桁と有効でない桁が含まれていることになります。  **①有効数字と有効桁数**  有効な桁を「有効数字」と呼び、その桁数を「有効桁数」といいます。   |  |  | | --- | --- | | 数値例 | 有効桁数 | | 1234 | 4 | | 12.30 | 4※1 | | 0.012 | 2※2 | | 1200 | 4または2※3 |   ※1 小数の末尾以降に０をつけた場合、表示する必要がある桁と見なされ、有効桁に含まれる  ※2 浮動小数点数表現で、1.2×10-2とすれば有効桁数2桁  ※3 1.200×103とすれば有効桁数4桁、1.2×103とすれば有効桁数2桁  ※上記は例であり、処理を行うコンピュータの処理方式により、有効桁は異なる  **②絶対誤差と相対誤差**  誤差の大きさを見積もる方法には、絶対誤差と相対誤差の2種類があります。   |  |  | | --- | --- | | 名称 | 意味 | | 絶対誤差 | 真値との差の絶対値 　　　　　　|真値－近似値| | | 相対誤差 | 真値に対する割合で示した誤差 　　|真値－近似値|÷|真値| |   注記　|x|は、xの絶対値を表す |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題　🏋プラスアルファ  三つの実数Ｘ～Ｚとそれぞれの近似値が次の場合，相対誤差の小さい順に並べたものはどれか。   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | 真の値 | 近似値 | | X | 1.02 | 1 | | Y | 1.97 | 2 | | Z | 5.05 | 5 |   ア　X，Y，Z イ　Y，Z，X ウ　Z，X，Y エ　Z，Y，X  相対誤差は、真値に対する割合で示した誤差で、次の式で求めます。  相対誤差＝|真値－近似値|÷|真値|  この式に従って、Ｘ、Ｙ、Ｚの相対誤差を求めると次のようになります。  Ｘの相対誤差＝|1.02－1|÷|1.02|≒0.02  Ｙの相対誤差＝|1.97－2|÷|1.97|≒0.015  Ｚの相対誤差＝|5.05－5|÷|5.05|≒0.01  基本情報　平成23年度春　問2　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

#### ③誤差の種類と発生原因

代表的な誤差の種類とその発生原因を次に示します。

**ⅰ）丸め誤差**

例えば ＝0.33333…のように、コンピュータに記憶可能な桁数を超える計算においては、ある桁の次の桁以降に対して、切捨て、四捨五入、切上げなどの端数処理が行われます。端数処理を行うことを「丸める」といい、このとき真値との間に生ずる誤差を「丸め誤差」と呼びます。

**ⅱ）打切り誤差**

数学的には、次の式に示すように∞（無限大）の計算を含むものがあります。

=

これを数値計算によって求める場合、無限回の計算を行うことは不可能であるため、ある時点で計算を止める（打切る）必要があります。このとき真値との間に生ずる誤差を「打切り誤差」と呼びます。

**ⅲ）桁落ち**

絶対値がほぼ等しい同符号の数値の減算、または異符号の数値の加算において、有効数字の上位桁が相殺されてなくなり、有効桁数が減少することを「桁落ち」と呼びます。

123.456

0.002

－　123.454

有効桁数６桁

有効桁数６桁

有効桁数１桁

なお、桁落ちの本質的な問題点は、「有効桁数の減少により、結果的にほとんど誤差のみになってしまう」ことです。上記の例では、123.456と123.454のいずれも末尾の桁に誤差を含んでいる場合、その数値自体に占める割合は10－5（＝0.001％）程度ですが、減算の結果（0.002）は100％誤差となります。

**ⅳ）情報落ち**

絶対値が著しく異なる数値の加算、または減算においては、小数点の位置が揃うように絶対値の小さい数値を調節してから計算が行われます。この際、有効桁数を超えてしまう可能性があり、結果的に絶対値の小さい数値が無視されます。これを「情報落ち」と呼びます。

0.123456×106

0.123454×100

＋

⇒

0.123456 ×106

0.000000123454 ×106

＋

0.123456123454 ×106

無視される

|  |
| --- |
| 例題  浮動小数点演算において，絶対値の大きな数と絶対値の小さな数の加減算を行ったとき，絶対値の小さな数の有効けたの一部又は全部が結果に反映されないことを何というか。  ア　打切り誤差 イ　けた落ち ウ　情報落ち エ　絶対誤差  ア　打切り誤差とは、無限和や無限小数の計算を途中で打ち切ることによって発生する誤差です。  イ　けた落ちとは、浮動小数点演算の絶対値のほぼ等しい数値の減算において、上位の有効数字が失われることによって生じる誤差です。  エ　絶対誤差とは、計算値などから真の値を代数的に引いた結果です。  基本情報　平成20年度秋　問4　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-24～29

## 4. 集合と命題

学習のポイント

✅ 集合演算の種類と、ベン図の描き方を覚えよう！

例えば、「偶数の集まり」というように、同じ性質（この場合は2で割り切れる）をもつ要素の集まりを、**集合**といい、その要素を元といいます。

ある集合をＡ、また元をａとすると、その関係は次のように表されます。

元ａが集合Ａに含まれる場合　：Ａ∋ａ　または　ａ∈Ａ

「偶数の集合」Ａは、具体的には次のように表されます。

要素を列挙 ：Ａ＝｛2，4，6，8，…｝

一般式で表現 ：Ａ＝｛ａ｜ａ＝2n，n＝1，2，3，…｝

また、全体集合をΩ(オメガ)、集合Ａに含まれない要素を補集合といいで表し、要素が何もない集合を空集合といい、φ(ファイ)で表します。

### 1）部分集合と真部分集合

集合Ａの要素が集合Ｂに全て含まれるとき、ＡをＢの部分集合といい、次のように表します。

Ａ⊆Ｂ　または　Ｂ⊇Ａ

なお、Ａ＝Ｂの場合も、集合Ａは集合Ｂの部分集合です。

また、集合Ａの要素が集合Ｂに全て含まれるが、集合Ｂの要素の一部が集合Ａに含まれないとき、ＡはＢの真部分集合といいます。

### 2）集合演算

集合同士の演算は、次のような4つの方法で行われます。なお、各集合を表現するために用いる図を**ベン図**と呼びます。

**①和集合**（Ａ∪Ｂ） ：集合Ａと集合Ｂを合わせた集合

**②積集合**（Ａ∩Ｂ） ：集合Ａと集合Ｂの共通部分

**③差集合**（Ａ－Ｂ） ：集合Ａから集合Ｂを引いた集合

**④補集合**（） ：全体から集合Ａを引いた集合

①和集合　　　　　　　　　　　　　②積集合　　　　　　　　　　　　　③差集合　　　　　　　　　　　　　④補集合

Ａ

B

Ａ

B

Ａ

B

集合演算のベン図

### 3）集合演算の公式

集合演算では、次のような公式が成り立ちます。

|  |  |
| --- | --- |
| 法　則 | 公　式 |
| 交換法則 | Ａ∪Ｂ＝Ｂ∪Ａ、Ａ∩Ｂ＝Ｂ∩Ａ |
| 結合法則 | Ａ∪(Ｂ∪Ｃ)＝(Ａ∪Ｂ)∪Ｃ、Ａ∩(Ｂ∩Ｃ)＝(Ａ∩Ｂ)∩Ｃ |
| 分配法則 | Ａ∪(Ｂ∩Ｃ)＝(Ａ∪Ｂ)∩(Ａ∪Ｃ)、Ａ∩(Ｂ∪Ｃ)＝(Ａ∩Ｂ)∪(Ａ∩Ｃ) |
| 吸収法則 | Ａ∪(Ａ∩Ｂ)＝Ａ、Ａ∩(Ａ∪Ｂ)＝Ａ |
| 補法則 | Ａ∪＝Ω、Ａ∩＝φ |
| 同一法則 | Ａ∪Ａ＝Ａ、Ａ∩Ａ＝Ａ |
| **ド・モルガンの法則** | ＝∩、＝∪ |

集合演算の公式

|  |
| --- |
| 例題  集合Ａ,Ｂ,Ｃを使った等式のうち，集合Ａ,Ｂ,Ｃの内容によらず常に成立する等式はどれか。ここで，∪は和集合，∩は積集合を示す。  ア　(A∪B)∩(A∩C)＝B∩(A∪C) イ　(A∪B)∩C＝(A∪C)∩(B∪C)  ウ　(A∩C)∪(B∩A)＝(A∩B)∪(B∩C) エ　(A∩C)∪(B∩C)＝(A∪B)∩C  分配法則に従い選択肢エの式の右辺を変形すると次のようになります。  (A∪B)∩C＝(A∩C)∪(B∩C)  したがって、選択肢エの等式は集合A、B、Cの内容によらず常に成立します。  ア　分配法則に従い式の右辺を変形すると次のようになります。  B∩(A∪C)＝(A∩B)∪(B∩C)  イ　分配法則に従い式の左辺を変形すると次のようになります。  (A∪B)∩C＝(A∩C)∪(B∩C)  ウ　結合法則に従い式の左辺及び右辺を変形するとそれぞれ次のようになります。  (A∩C)∪(B∩A)＝A∩(B∪C)　　(A∩B)∪(B∩C)＝B∩(A∪C)  基本情報　平成29年度春　問1　[出題頻度：★★★]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-30,31

🏋プラスアルファ

**●命題（めいだい）**

命題とは、そこに述べられていることが、正しい（真）か、誤り（偽）か、いずれかしかない事柄をいいます。

例えば、「偶数は2の倍数である」という命題は正しく、これを真といい、Ｔ（True）または1で表します。これに対して「人間は植物である」という命題は誤りであり、これを偽といい、Ｆ（False）または0で表します。このような命題を表にまとめたものを**真理値表**といいます。

## 5. 論理演算

学習のポイント

✅ 各演算の真理値表を覚えよう！

コンピュータで行う演算には、算術演算（加減乗除など）のほかに論理演算があります。

### 1）論理和（OR）

真理値表 ベン図

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ａ | B | A＋B |
| 0  0  1  1 | 0  1  0  1 | 0  1  1  1 |

論理和は、2つの条件のいずれか一方または両方が真のとき、結果が真になる演算です。なお、論理和を表すための記号として「＋」、「∪」、「∨」などが使われます。

Ａ

B

なお、真理値表では、Ａ、Ｂという2つのビットに、0または1が入力された場合の結果を表しています。

### 2）論理積（AND）

真理値表 ベン図

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ａ | B | A・B |
| 0  0  1  1 | 0  1  0  1 | 0  0  0  1 |

論理積は、2つの条件がともに真の場合のみ、結果が真となる演算です。なお、論理積を表すための記号として「・」、「∩」、「∧」などが使われます。

Ａ

B

### 3）論理否定（NOT）

真理値表 ベン図

|  |  |
| --- | --- |
| Ａ |  |
| 0  1 | 1  0 |

論理否定は、与えられた条件が真のとき、結果は偽となり、条件が偽のとき、結果が真となる演算です。なお、論理否定を表すための記号として「￣」、「￢」などが使われます。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題  真理値表と等価な論理式はどれか。ここで，・は論理積，＋は論理和，はAの否定を表す。   |  |  |  | | --- | --- | --- | | x | y | 演算結果 | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 0 |   ア　x＋ イ　＋y ウ　x・ エ　・y  各選択肢の結果を真理値表にまとめると次のようになります。   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ｘ | ｙ | 演算結果 | ア ｘ＋ | イ ＋ｙ | ウ ｘ・ | エ ・ｙ | | ０ | ０ | ０ | １ | １ | ０ | ０ | | ０ | １ | ０ | ０ | １ | ０ | １ | | １ | ０ | １ | １ | ０ | １ | ０ | | １ | １ | ０ | １ | １ | ０ | ０ |   問題の演算結果と等しくなるのは選択肢ウの論理式です。  基本情報　平成14年度秋　問7　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-32～40

### 4）排他的論理和（EOR、XOR）

真理値表 ベン図

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ａ | B | AB |
| 0  0  1  1 | 0  1  0  1 | 0  1  1  0 |

排他的論理和は、2つの条件のうち、どちらか一方だけが真のとき、結果は真となり、どちらも真あるいはどちらも偽のとき、結果は偽となる演算です。なお、排他的論理和を表すための記号として、「」などが使われます。

Ａ

B

### 5）否定論理和（NOR）

真理値表 ベン図

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ａ | B |  |
| 0  0  1  1 | 0  1  0  1 | 1  0  0  0 |

否定論理和は、論理和の否定をとることで求めることができ、2つの条件がともに偽のときだけ、結果は真となる演算です。

Ａ

B

### 6）否定論理積（NAND）

真理値表 ベン図

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ａ | B |  |
| 0  0  1  1 | 0  1  0  1 | 1  1  1  0 |

否定論理積は、論理積の否定をとることで求めることができ、2つの条件がともに真のときだけ、結果は偽となる演算です。

Ａ

B

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題  ８ビットのビット列の下位４ビットが変化しない操作はどれか。  ア　16進表記0Fのビット列との排他的論理和をとる。  イ　16進表記0Fのビット列との否定論理積をとる。  ウ　16進表記0Fのビット列との論理積をとる。  エ　16進表記0Fのビット列との論理和をとる。  例えば、ビット列を10010111とした場合に、結果が00000111となるもの（下位４ビットが変化しないもの）を探します。   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ア |  | 10010111 |  |  | イ |  | 10010111 |  | |  | XOR | 00001111 | ←(0F)16 |  |  | NAND | 00001111 | ←(0F)16 | |  |  | 10011000 |  |  |  |  | 11111000 |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | ウ |  | 10010111 |  |  | エ |  | 10010111 |  | |  | AND | 00001111 | ←(0F)16 |  |  | OR | 00001111 | ←(0F)16 | |  |  | 00000111 |  |  |  |  | 10011111 |  |   基本情報　平成28年度秋　問1　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-41～45

🏋プラスアルファ

**●ド・モルガンの法則**

論理演算においても、∪をOR（＋）、∩をAND（・）に置き換えることで、集合演算における公式を利用することができます。

論理演算の記号を用いると、ド・モルガンの法則は、次のように記述されます。

　　＝、＝

# 2. 応用数学

## 1. 確率と統計

学習のポイント

✅ それぞれ例題が解けるように公式や用語を覚えよう！

### 1）順列と組合せ

順列（Permutation）とは、「n個の対象物からｒ個を重複なく並べたもの」という意味を表します。例えば、Ａ、Ｂ、Ｃの3つの要素から2つを重複なく並べると、ＡＢ、ＡＣ、ＢＡ、ＢＣ、ＣＡ、ＣＢの6つになります。

n個の対象物中ｒ個の順列は、次の公式で求めることができます。

nPr=

なお、「n！」は「nの**階乗**」と読み、1からnまでの積です。例えば4！は次のように計算します。

4！＝4×3×2×1＝24

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人が徒競走をした場合、１，２着の並び方はいくつになるか。  １着に成り得るのは４人、２着に成り得るのは１着以外の３人なので、４Ｐ２となる。   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | １着 | Ａ | Ａ | Ａ | Ｂ | Ｂ | Ｂ | Ｃ | Ｃ | Ｃ | Ｄ | Ｄ | Ｄ | | ２着 | Ｂ | Ｃ | Ｄ | Ａ | Ｃ | Ｄ | Ａ | Ｂ | Ｄ | Ａ | Ｂ | Ｃ |   4!  (4-2)!  4P2 =  ＝  4×3×2×1  2×1  = 12 |

順列（例）

組合せ（Conbination）とは、「n個の対象物からｒ個を取り出すときに順番を考慮せずに取り出したもの」という意味を表します。例えば、Ａ、Ｂ、Ｃの3つの要素から順番を考慮せずに2つ取り出すと、ＡＢ、ＡＣ、ＢＣの3つになります。

n個の対象物中ｒ個の組合せは、次の公式で求めることができます。

nCr =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人の中から２人を選ぶ組合せは何通りあるか。  「１と４」，「２と７」，「３と10」，「５と８」，「６と11」，「９と12」は同じと考える。   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | １ | ２ | ３ | ４ | ５ | ６ | ７ | ８ | ９ | 10 | 11 | 12 | | Ａ | Ａ | Ａ | Ｂ | Ｂ | Ｂ | Ｃ | Ｃ | Ｃ | Ｄ | Ｄ | Ｄ | | Ｂ | Ｃ | Ｄ | Ａ | Ｃ | Ｄ | Ａ | Ｂ | Ｄ | Ａ | Ｂ | Ｃ |   4!  2!(4-2)!  4C2 =  ＝  4×3×2×1  2×1×2×1  = 6 |

組合せ（例）

|  |
| --- |
| 例題  男子３人，女子５人の中から３人を選ぶとき，男子が少なくとも１人含まれる選び方は何通りあるか。  ア　21 イ　30 ウ　46 エ　56  全てのパターンから女子だけ（３人全て女子で男子が入っていない）のパターン数を引くことで求めます。  ８人（男子３人、女子５人）の中から３人選ぶパターン  ８Ｃ３＝＝56  ３人全てが女子であるパターン（女子５人から３人選ぶ）  ５Ｃ３＝＝10  56－10＝46通り  基本情報　平成18年度秋　問7　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-46～52

### 2）確率とその基本定理

確率とは、「ある現象が起こる確かさの程度を割合で示したもの」という意味です。起こり得る全ての場合の数をn、そのうち事象Ａの起こる場合の数をａとしたとき、事象Ａの起こる確率をＰ(Ａ)で表すと、次のようになります。

Ｐ(Ａ)＝ａ÷n

なお、確率に関する基本定理には、次のようなものがあります。

#### ①加法定理

事象Ａと事象Ｂのうち、少なくともどちらか一方が起こる確率Ｐ(Ａ∪Ｂ)は、次のように表されます。

Ｐ(Ａ∪Ｂ)＝Ｐ(Ａ)＋Ｐ(Ｂ)－Ｐ(Ａ∩Ｂ)

ここで、事象Ａと事象Ｂが排反事象（どちらか一方しか起こらない）ならば、次のようになります。

Ｐ(Ａ∪Ｂ)＝Ｐ(Ａ)＋Ｐ(Ｂ)

#### ②乗法定理

事象Ａと事象Ｂがともに起こる確率Ｐ(Ａ∩Ｂ)は、次のように表されます。

Ｐ(Ａ∩Ｂ)＝Ｐ(Ａ)×Ｐ(Ｂ|Ａ)

Ｐ(Ｂ|Ａ)は、事象Ａが起こったという条件のもとで事象Ｂの起こる確率を表し、「ＡのもとでのＢの条件付き確率」といいます。ＰＡ（Ｂ）と表記されることもあります。

事象Ｂの起こる確率が、事象Ａが起こるか起こらないかには依存しないとき、すなわち、

Ｐ(Ｂ|Ａ)＝Ｐ(Ｂ|)＝Ｐ(Ｂ)

が成り立つとき、「事象Ａと事象Ｂは独立である」といい、このとき上式は、次のようになります。

Ｐ(Ａ∩Ｂ)＝Ｐ(Ａ)×Ｐ(Ｂ)

#### ③ベイズの定理

事象Ａ、Ｂが発生する確率をそれぞれＰ(Ａ)、Ｐ(Ｂ)とし、事象Ａが発生したもとで事象Ｂが発生する確率をＰ(Ｂ|Ａ)としたとき、事象Ｂが発生したもとで事象Ａが発生する確率Ｐ(Ａ|Ｂ)は、次のように表されます。

Ｐ(Ａ|Ｂ)＝Ｐ(Ｂ|Ａ)×Ｐ(Ａ)÷Ｐ(Ｂ)

|  |
| --- |
| 例題  白玉４個，赤玉５個が入っている袋から玉を１個取り出し，それを元に戻さないで続けてもう１個取り出すとき，２個とも赤である確率は幾らか。  ア　 イ　 ウ　 エ  白玉４個、赤玉５個、合計９個の玉から、赤玉２個を取り出します。  １回目：９個の中から赤玉を取り出す確率  ２回目：残り８個（白玉４個、赤玉４個）の中から赤玉を取り出す確率  取り出した玉が２個とも赤玉の確率は、２つの確率を掛け合わせた結果になります。  ×＝  基本情報　平成19年度秋　問6　[出題頻度：★★☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-53～57

### 3）確率分布と期待値

**期待値**とは、「ある試行を行ったとき、その結果として得られる数値の平均値」のことをいいます。

ある試行を行ったとき、その結果として、値 ｘ1、ｘ2、･･･、ｘn のうちのどれか1つが得られる確率をそれぞれ ｐ1、ｐ2、･･･、ｐn とすると、ｐ1 + ｐ2 + ･･･ + ｐn = 1となります。

このとき、期待値Ｅ(x)は、

Ｅ(x) = ｘ1ｐ1 + ｘ2ｐ2 + ･･･ + ｘnｐn

と計算されます。

|  |
| --- |
| 例題  さいころを投げて，出た目に応じて得点するゲームを行う。出た目が1～4の場合はその目を得点とし，目が5，6の場合は得点はない。さいころを1回投げたときの得点の期待値は幾らか。  ア　 イ　 ウ　 エ  さいころの各目が出る確率は、全て等しく です。したがって、さいころを１回投げたときの得点の期待値を求めると、次のように計算されます。  １× ＋ ２× ＋ ３× ＋ ４× ＋ ０× ＋ ０× ＝ ＝  基本情報　平成16年度秋　問6　[出題頻度：★★☆]  解答－ア |

別冊演習ドリル 》 1-58～60

### 4）マルコフ過程

一般に、ある状態から別の状態に遷移する確率を**推移確率**といいます。推移確率が現在の値だけで決定され、過去の値とは関係がないという確率過程を、マルコフ過程と呼びます。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題  表は，ある地方の天気の移り変わりを示したものである。例えば，晴れの翌日の天気は，40％の確率で晴れ，40％の確率で曇り，20％の確率で雨であることを表している。天気の移り変わりが単純マルコフ過程であると考えたとき，雨の２日後が晴れである確率は何％か。   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  | **単位**　％ | |  | 翌日晴れ | 翌日曇り | 翌日雨 | | 晴れ | 40 | 40 | 20 | | 曇り | 30 | 40 | 30 | | 雨 | 30 | 50 | 20 |   ア　15 イ　27 ウ　30 エ　33  単純マルコフ過程とは、現在の状態が１回前の状態で決まるような確率の過程のことをいいます。ある日の天気が雨で、２日後の天気が晴れの時の組合せは次の３通りです。それぞれの組合せの確率（推移確率）を加算します。  (0.3×0.4)＋(0.5×0.3)＋(0.2×0.3)＝0.33   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ある日 | 翌日 | | ２日後 | | | 雨 | 30％ | 晴れ | 40％ | 晴れ | | 50％ | 曇り | 30％ | | 20％ | 雨 | 30％ |   基本情報　平成22年度秋　問3　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-61

### 5）統計

収集したデータから、その特性を把握したり、法則性や規則性を見出したりするためには、データを整理分析しなければなりません。整理分析の方法として、次のような統計学的手法が用いられます。

#### ①データの中心的な値を表す指標

収集したデータを１つのグループと考えた場合、このグループの中心的な値を表す指標として平均値、モード（最頻値）、メジアン（中央値）があります。

##### ⅰ）平均値

集めたデータの中間的な値を得るための指標が平均値で、日常よく用いられます。

##### ⅱ）モード（最頻値）

集めたデータの中で、出現する頻度が最も高い値のことをモード（最頻値）といいます。

##### ⅲ）メジアン（中央値）

データを大きい順か小さい順に並べたとき、真ん中にくる値のことをメジアン（中央値）といいます。ただし、データの個数が偶数の時は、２つの中央値の平均をメジアンとします。

例　データの値が、“２，２，５，５，６，７，８，８，８，10，11，12”の場合

・平均値＝(２＋２＋５＋５＋６＋７＋８＋８＋８＋10＋11＋12)÷12＝７

・モード＝８

・メジアン＝(７＋８)÷２＝7.5

平均値・モード・メジアン（例）

#### ②データのばらつきを表す指標

次にあげる指標の値が大きければ大きいほど、データのばらつきが大きいといえます。

##### ⅰ）レンジ（範囲）

レンジは、データの最大値から最小値を引いた値のことです。

##### ⅱ）分散、標準偏差

ばらつきの具合を数値で表したものが分散、標準偏差です。

分散＝(各データの値－平均値)２の合計÷データの数

標準偏差＝

例　データの値が、“２，２，５，５，６，７，８，８，８，10，11，12”の場合

・レンジ＝12－２＝10

・分散 ＝{(2-7)2×2+(5-7)2×2+(6-7)2+(7-7)2+(8-7)2×3+(10-7)2+(11-7)2+(12-7)2}÷12

=9.33…

・標準偏差＝

レンジ・分散・標準偏差（例）

|  |
| --- |
| 例題  次のデータの平均，メジアン，モードの大小関係を正しく表しているものはどれか。  〔データ〕  50，50，50，55，70，75，75  ア　平均＜メジアン＜モード イ　メジアン＜モード＜平均  ウ　モード＜平均＜メジアン エ　モード＜メジアン＜平均  問題文にあるデータを用いて、平均、メジアン、モードを求めます。  平均：(50＋50＋50＋55＋70＋75＋75)÷７＝「60.7･･･」。  メジアン（中央値）：データを大きい順か小さい順に並べたとき、中央になる値。データは７個だから、４番目の「55」。  モード（最頻値）：50が３回、55、70がともに１回、75が２回現れているので、３回現れている「50」。  それぞれの値を昇順に並べると、  モード（50）＜メジアン（55）＜平均（60.7･･･）  となります。  第一種　平成15年度春　問5　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

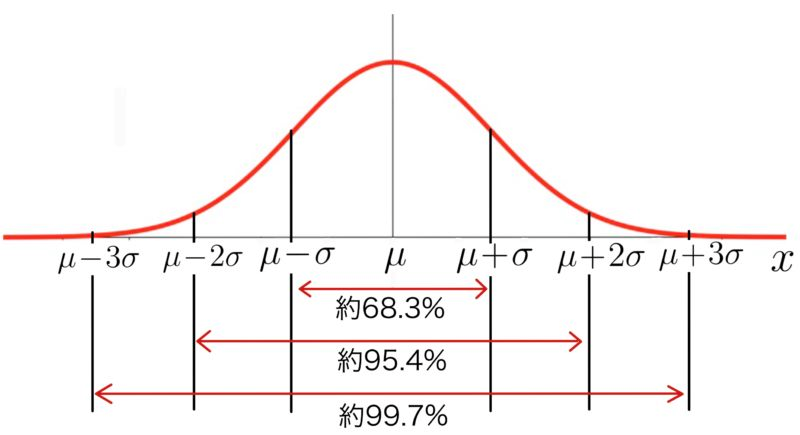
別冊演習ドリル 》 1-62

#### ③正規分布と標準偏差

正規分布は統計上よく使われる指標で、確率分布の１つです。釣鐘型のグラフになるところから、ベル・カーブとも呼ばれます。

期待値（平均値）が、標準偏差がの正規分布において

##### ⅰ）μ±σ の範囲に値が収まる確率は、約68.3％です。



μ-3σ

μ-2σ

μ-σ

μ+σ

μ+2σ

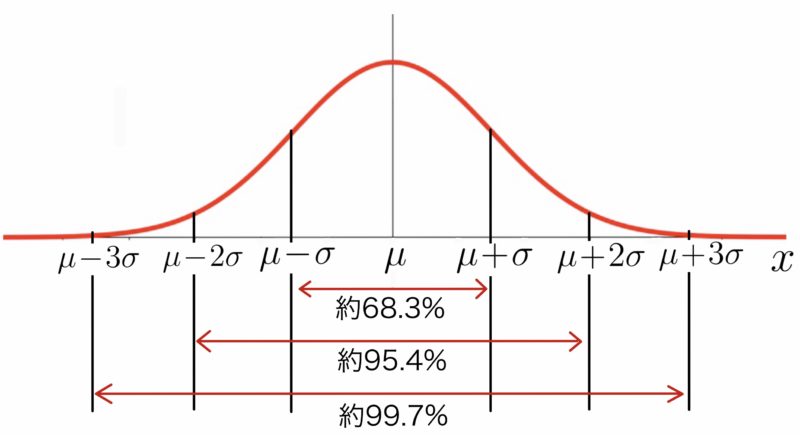
μ+3σ

μ

約68.3％

正規分布（μ±σ）

##### ⅱ）μ±2σ の範囲に値が収まる確率は、約95.5％です。



μ-3σ

μ-2σ

μ-σ

μ+σ

μ+2σ

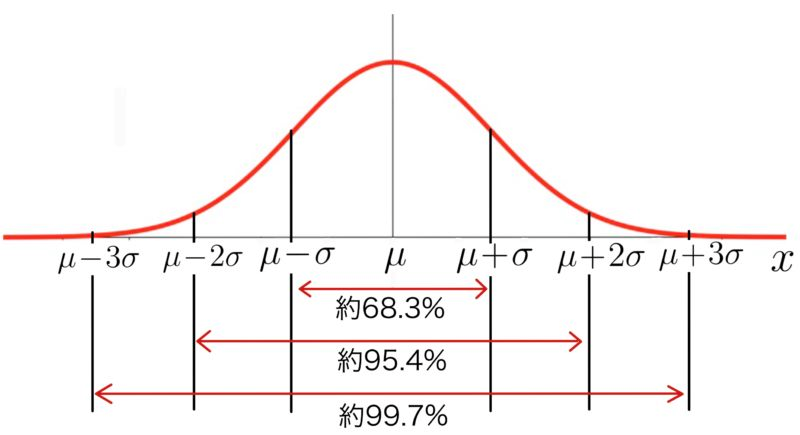
μ+3σ

μ

約95.5％

正規分布（μ±2σ）

##### ⅲ）μ±3σ の範囲に値が収まる確率は、約99.7％です。



μ-3σ

μ-2σ

μ-σ

μ+σ

μ+2σ

μ+3σ

μ

約99.7％

正規分布（μ±3σ）

|  |
| --- |
| 例題  平均が60，標準偏差が10の正規分布を表すグラフはどれか。  ア イ  2007-05-07-1-1  ウ エ  2007-05-07-1-1  平均の60が分布の頂点になり、標準偏差は平均から離れる大きさになります。平均から両方向に標準偏差の値だけ離れる範囲に、全体の約68.3％が収まります。  ソフトウェア開発　平成18年度秋　問4　[出題頻度：★★☆]  解答―ア |

別冊演習ドリル 》 1-63～66

🏋プラスアルファ

**●グラフ理論**

e1

e6

e4

v2

e2

e7

e5

v5

e3

v1

v3

v４

**グラフ**とは、点（節点）とその間の辺（枝）の集まりから構成される図形をいいます。  
グラフを構成する点の集合をＶ、辺の集合をＥとするとき、グラフＧは

Ｇ＝（Ｖ，Ｅ）

と表されます。例えば、右の図では次のように表されます。

Ｖ＝( ｖ1 , ｖ2 , ｖ3 , ｖ4 , ｖ5 )，  
 Ｅ＝( ｅ1 , ｅ2 , ｅ3 , ｅ4 , ｅ5 , ｅ6 , ｅ7 )

なお、辺に向きがないグラフを無向グラフ、辺に向きがあるグラフを有向グラフと呼んでいます。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題　🏋プラスアルファ  隣接行列Ａで表されるグラフはどれか。ここで，隣接行列とは、ｎ個の節点から成るグラフの節点ＶｉとＶｊ を結ぶ枝が存在するときは第 ｉ 行第 ｊ 列と第 ｊ 行第 ｉ 列の要素が１となり，存在しないときは０となるｎ行ｎ列の行列である。  [隣接行列Ａ]  ア イ  V2  V1  V3  V4  V2  V1  V3  V4  V2  V1  V3  V4  V2  V1  V3  V4  ウ エ  〔隣接行列Ａ〕からグラフの節点ＶｉとＶｊを結ぶ枝が存在する場所を示す表を作成すると次のようになります。（○：枝が存在する）   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ｊ  i | １ | ２ | ３ | ４ | | １ |  | ○ | ○ |  | | ２ | ○ |  |  | ○ | | ３ | ○ |  |  | ○ | | ４ |  | ○ | ○ |  |   すると、節点Ｖ１とＶ４を結ぶ枝とＶ２とＶ３を結ぶ枝は存在しないことがわかります。  基本情報　平成24年度春　問3　[出題頻度：★☆☆]  解答―エ |

別冊演習ドリル 》 1-67,68

🏋プラスアルファ

**●待ち行列理論**

例えばスーパーマーケットのレジのように、１つまたはそれ以上の窓口にサービスを求める客が行列を作って順番待ちをする場合、サービスを求める客が窓口に来る頻度やタイミングなどに応じて、どのように窓口を備えたらよいかが問題となります。このように窓口の度合いを変化させることで、行列の長さや待ち時間がどのように変化するのかを、数学モデルを使って解析する方法が、待ち行列理論です。

待ち行列問題の問題解決技法には、解析的技法とモンテカルロシミュレーション技法があります。前者は、待ち行列の発生を確定的モデルとして扱い、最適解を得ようとする技法です。後者は、待ち行列モデルの実験を行い、その結果に対して確率的モデルを当てはめ、最適解を得ようとするものです。

**１）解析的技法**

**①ケンドール記号**

待ち行列を形成する要因には、次の４つがあります。

(ⅰ) 客の到着の仕方（Ｍ：ポアソン分布）

(ⅱ) サービス時間の形態（Ｍ：指数分布）

(ⅲ) 窓口の数（１：１個の場合）

(ⅳ) 系の容量制限（∞：制限がない場合）

この４つの要因を一定の表記法を用いて次のように表します。この表記法をケンドール記号といいます。

［一般式］　　(ⅰ)／(ⅱ)／(ⅲ)（(ⅳ)）

**②ポアソン到着**

客の到着間隔に規則性がなく、でたらめな場合をランダム到着、あるいはポアソン到着といいます。

**③サービス時間の形態**

客１人に対するサービス時間が、客や時間帯によってまちまちであるような不規則なサービスの時間分布を、**指数分布**といい  
　　　ます。

**④単一モデル（M/M/1）の公式**

到着分布がポアソン分布に従うものとして、資源の**平均到着数**（**平均到着率**）を λ とします。一方、サービス分布が指数  
　　　分布に従うものとし、**平均サービス率**を μ とします。

このとき、次のようになります。

・平均到着時間間隔（Ta）＝１／λ

・平均サービス時間（Ts）＝１／μ

・利用率 ρ ＝平均サービス時間×平均到着数

＝平均到着数／平均サービス率＝λ／μ

・待ち行列の長さ Ｌ＝ρ／（１－ρ）

・平均待ち時間 Ｗq ＝λ／μ（μ－λ）＝ρ／（１－ρ）×１／μ

＝ρ／（１－ρ）×Ts

・平均応答時間 Ｗ ＝１／（μ－λ）＝１／（１－ρ）×１／μ

＝ρ／（１－ρ）×Ts＋Ts

＝Ｗq＋Ts

|  |
| --- |
| 例題　🏋プラスアルファ  M/M/1の待ち行列モデルにおいて，客の到着率が0.5人／秒で，窓口利用率が0.2であるとき，窓口のサービス率は毎秒何人か。  ア　0.1 イ　0.4 ウ　2.0 エ　2.5  窓口利用率ρ＝平均到着率λ／平均サービス率μ  0.2＝0.5÷μ  μ＝0.5÷0.2＝2.5  システム監査　平成19年度春　問3　[出題頻度：★★☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-69,70

🏋プラスアルファ

●**最適化問題**

最適化問題とは、与えられた条件のもとで最適な解を求めることであり、代表例として線形計画問題や最短経路問題などがあります。

**１）最短経路問題**

最短経路問題は、重みつきグラフ（ネットワーク図）が与えられたときに、任意の２頂点を結ぶ経路の中から、重みの総和が最  
　　小のものを求める問題です。

ｄ12

ｄ23

ｄ24

ｄ13

ｄ35

ｄ34

ｄ45

dij：頂点ij間の重み

重みつきグラフ(例)

最短経路問題の代表的な解法として**ダイクストラ法**があります。

ダイクストラ法では、次の手順で最短経路を決定します。

１．始点につながっている全ての点の距離を求め、最小の値をもつ点を確定します。

２．訪問済みの点から未訪問の点までの距離を求め、距離が最小であった点を確定します。

３．２の処理を全ての点について行います。

４．各点に得られる距離が、始点からの最短距離です。

20

20

50

70

40

30

20

上図において①を始点、⑤を終点とすると、次の手順で各点までの最短経路が求められます。

ⅰ）始点①に隣接する点について、重みが最小となる点を求めます。

　①→②は20、①→③は50なので、②が確定し、始点から②までの重みを20とします。

20

20

50

70

40

30

20

は確定した点

20

ⅱ）①、②に隣接する点について、重みの総和が最小となる点を求めます。

　②に隣接する③、④について、始点からの重みの総和は、①→②→③は20＋20＝40、①→②→④は20＋70＝90  
　　　　なので、①→②→③が最小であるため③が確定し、始点から③までの重みを40とします。また、この時点で①→③の重みは  
　　　　①→②→③の重みよりも大きいことが分かるので、①→③を切断します。

20

70

20

20

40

30

20

40

ⅲ）②、③に隣接する点について、重みの総和が最小となる点を求めます。

　②、③に隣接する④、⑤について、始点からの重みの総和は、①→②→③→④は40＋40＝80、①→②→③→⑤は  
　　　　40＋30＝70なので⑤が確定し、始点から⑤までの重みを70とします。始点から終点までの最短経路を求めるだけならば、  
　　　　この時点で完了となります。

20

70

20

20

40

30

20

40

70

ⅳ）始点から④に至る最短経路を求めます。

　①→②→④は20＋70＝90、①→②→③→④は40＋40＝80なので、始点から④に至る最短経路が確定し、②→④  
　　　　の経路を切断します。また、①→②→③→④→⑤は100なので、④→⑤も切断します。この時点で、始点から全ての点まで  
　　　　の最短経路が求められたので、作業が完了します。

20

20

40

30

20

40

80

70

|  |
| --- |
| 例題　🏋プラスアルファ  次のグラフにおいて，ダイクストラ法によって点Ａから各点への最短距離を求めることにする。このとき，点ＡからＢ，Ｃ，Ｄの各点までの距離が確定していく順に並べたものはどれか。ここで，数字はそれぞれの距離を表す。  Ａ  Ｄ  Ｂ  Ｃ  ３  １  ８  ５  １  ２  ア　Ｂ，Ｃ，Ｄ イ　Ｂ，Ｄ，Ｃ ウ　Ｄ，Ｂ，Ｃ エ　Ｄ，Ｃ，Ｂ  Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄの各点までの距離を確定する手順は、次のとおりです。  ①　始点から隣接する点までの距離を検討します。その結果、Ｄまでの距離が最小となるので、Ｄが確定します。  Ａ  Ｄ  Ｂ  Ｃ  ３  ８  ５  ②　ＡからＤを経由して、Ｃまでの距離と、Ａに隣接している他の点（Ｂ、Ｃ）までの距離を比較すると、  Ａ→Ｄ→Ｃ＝４  Ａ→Ｃ＝５  Ａ→Ｂ＝８  となるため、Ｄ経由でＣに到達する経路が確定します。  Ａ  Ｄ  Ｂ  Ｃ  ３  １  ８  ５  **×**  ③　②と同様に、ＡからＤ、Ｃを経由して、Ｂまでの距離と、ＡからＢまでの距離を比較すると、  Ａ→Ｄ→Ｃ→Ｂ＝６  Ａ→Ｂ＝８  となるため、Ｂが確定します。したがって、距離が確定していく順番に並べると、Ｄ、Ｃ、Ｂとなります。  Ａ  D  Ｂ  C  ３  １  ８  ２  **×**  ソフトウェア開発　平成14年度春　問11　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-71

# 3. 情報に関する理論

## 1. 符号理論

学習のポイント

✅ それぞれの圧縮の方法を覚えよう！

符号理論は、情報を符号化する際の効率化（情報の圧縮）と信頼性の理論です。

情報（データ）量を減らすために、一部を省略することや、符号化する方法を変えることを情報の圧縮と呼びます。画像や音声のデータは、そのまま符号化すると莫大な情報量になってしまうので、情報の圧縮は通信回線や記憶媒体を効率良く使用するためには重要です。

圧縮の代表的な方法には、ハフマン符号化やランレングス符号化などがあります。

### １）ハフマン符号化（Huffman encoding）

ハフマン符号化は、出現頻度がより高いデータに対してより短い符号を与えることによって、データ圧縮を行う方法です。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 例題  表は，文字Ａ～Ｅを符号化したときのビット表記と，それぞれの文字の出現確率を表したものである。１文字当たりの平均ビット数はいくらになるか。   |  |  |  | | --- | --- | --- | | 文字 | ビット表記 | 出現確率（％） | | Ａ | 0 | 50 | | Ｂ | 10 | 30 | | Ｃ | 110 | 10 | | Ｄ | 1110 | 5 | | Ｅ | 1111 | 5 |   ア　1.6 イ　1.8 ウ　2.5 エ　2.8  Ａは１ビット、Ｂは２ビット、Ｃは３ビット、Ｄ及びＥは４ビットで表記しています。１文字当たりの平均ビット数は、次のようになります。  平均ビット数 ＝１×0.5＋２×0.3＋３×0.1＋４×0.05＋４×0.05  ＝1.8  応用情報　平成30年度春　問2　[出題頻度：★☆☆]  解答―イ |

別冊演習ドリル 》 1-72

### ２）ランレングス符号化（run-length encoding）

ランレングス符号化は、連続する同一の値を「データ×回数」という列（run）の長さ（length）を示す情報に置き換える方法です。例えば、「AAAAABBBBCCCDDE」というデータ列を、Aが５回、Bが４回、Cが３回、Dが２回、Eが１回並んでいることから、「A5B4C3D2E1」というデータ列に置き換えることができます。こうして、もとのデータ列（15文字）から、置き換え後のデータ列（10文字）に圧縮します。

|  |
| --- |
| 例題  “連続する同一の文字コード（１バイトコードとする）の長さから１を減じたものを１バイトのバイナリで表し，その後に当該文字コードを配置する”というデータ圧縮方式がある。例えば，圧縮前に16進表示で，  41 41 41 41 41 42 43 43 43 43 43 43  であった12バイトの文字コードの列は，圧縮後に，  04 41 00 42 05 43  という６バイトで表され，この場合の圧縮率は50%（6バイト÷12バイト×100）となるものとする。このとき，当該方式に関する記述のうち，適切なものはどれか。  ア　10個の文字からなる文字列を圧縮したとき，最良の場合の圧縮率は最悪の場合の圧縮率の５分の１である。  イ　圧縮後の長さが圧縮前の長さを上回ることはない。  ウ　一度に256バイト(256の同じ文字)を２バイトに圧縮できるときが最大の圧縮率なので，圧縮率が0.7%以下の値になることはない。  エ　文字列に２回圧縮を行うと１回圧縮を行う場合の２分の１の圧縮率となる。  最大の圧縮率は、2バイト÷256バイト×100＝0.78125％  となり、0.7％を下回ることはありません。  ア　10個の文字からなる文字列を圧縮したとき、最良とは10個の文字が全て同じ場合です。このときの圧縮率は、2バイト÷10バイト×100＝20％となります。  　逆に最悪は10個の文字が全て異なる場合です。このときの圧縮率は、20バイト÷10バイト＝200％となります。したがって、最良の圧縮率は最大の圧縮率の10分の1です。  イ　同じ文字が連続していない場合には、圧縮後の長さが圧縮前の長さを上回ることがあります。  エ　問題にある例で、2回圧縮した場合を考えます。  41 41 41 41 41 42 43 43 43 43 43 43　(12byte)  1回圧縮すると、04 41 00 42 05 43　(6byte)  　このときの圧縮率は、6÷12×100＝50％  　2回目の圧縮を行うと、00 04 00 41 00 00 00 42 00 05 00 43　（12byte）  　このときの圧縮率は、12÷6×100＝200％  となり、1回圧縮したときの圧縮率の2分の1となっていません。  上級システムアドミニストレータ　平成19年度秋　問34　[出題頻度：★☆☆]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-73

## 2. 文字の表現

学習のポイント

✅ ビット数に応じた表現可能な種類を理解しよう！

✅ おもな文字コードを覚えよう！

コンピュータ内部で、文字は０と１の２進数の組み合わせ（ビットパターン）として記憶され、処理されます。この、文字に対応するビットパターンのことを、**文字コード**と呼びます。

### １）表現可能な種類

パソコンなどのキーボードに配列されているキーには192種類の文字や記号があり、これらに対応した固有のビットパターンを割り当てるには、８ビットで表現できる256種類のビットパターンが必要となります。（２７＜192＜２８）

|  |  |
| --- | --- |
| 数　　字 | 10種類（０～９） |
| 文　　字 | アルファベット（大文字Ａ～Ｚ、小文字ａ～ｚ）52種類、カタカナ56種類 |
| 記　　号 | 40種類 |
| 制御文字 | 34種類（スペースキーなど） |

文字・記号の種類

|  |
| --- |
| 例題  英字の大文字（Ａ～Ｚ）と数字（０～９）を同一のビット数で一意にコード化するには，少なくとも何ビット必要か。  ア　５ イ　６ ウ　７ エ　８  英字の大文字（Ａ～Ｚ）の26種類と数字（０～９）の10種類を同一のビット数で一意に判別できるようにするには、36種類（26＋10）を表現できるビット数が必要です。ｎビットで２ｎ種類を表現できるので、36種類を表現するには、  ２ｎ－１＜36≦２ｎ  ２５＜36≦２６  ５ビットで表現できるのは２５＝32種類です。したがって、36種類を表現するには少なくとも６ビットが必要です。  基本情報　平成24年度秋　問4　[出題頻度：★☆☆]  解答－イ |

別冊演習ドリル 》 1-74

### ２）おもな文字コード

|  |  |
| --- | --- |
| コード名 | 特　　徴 |
| **コード** | ANSI（米国規格協会）が制定した７ビットコードで、誤り検査のためのビットと合わせて１文字を８ビットで表現する。128種類の英数字を表現できるが、カナ文字や漢字は含まれない。 |
| **コード** | JISC（日本産業標準調査会）が制定したコード体系である。英数とカタカナを扱う８ビットコードと、全角文字を扱う16ビットコードがあり、その切り替えにエスケープシーケンスと呼ばれる切り替え用の文字が必要。 |
| **シフトJISコード** | JISコードを改良し、切り替え用の文字を不要にしたもの。漢字１文字を２バイト（16ビット）で表現する。長い間、日本の標準文字コードとして利用されていた。 |
| **EUC** | 拡張UNIXコードとも呼ばれ、全角文字と半角カタカナ文字を２バイト又は３バイトで表現する。 |
|  | ISO（国際標準化機構）が制定したコード体系である。世界中の多くの文字を表現するため当初２バイト（**UCS-2**）で規格されたが、その後、文字の追加や異体字表現の採用で４バイト（UCS-4）まで定義されている。なお、UCS-2やUCS-4を１バイト以上の不定長の文字コードに変換する仕様（Unicode Transformation Format）に**UTF-8**がある。UTF-8はASCIIコードと上位互換性があるためPC上で広く使用されている。 |

おもな文字コード

|  |
| --- |
| 例題  UCS-2（Unicode）を説明したものはどれか。  ア　JISから派生したコード体系であり，英数字は１バイト，漢字は２バイトで表現する。  イ　主にUNIXで使用するコード体系であり，英数字は１バイト，漢字は２バイトで表現する。  ウ　すべての文字を１バイトで表現するコード体系である。  エ　すべての文字を２バイトで表現するコード体系であり，多くの国の文字体系に対応できる。  UCS-2（Unicode）は、全ての文字を２バイトで表現します（拡張版であるUCS-4は４バイト）。  基本情報技術者　平成19年度春　問69　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-75～79

## 3. 形式言語

学習のポイント

✅ それぞれ例題にあるような問題が解けるように！

日本語や英語のように人が生活していくなかで自然に生まれた言語を自然言語といい、特定の目的のために人工的に作成された言語を形式言語と呼びます。

### １）正規表現

正規表現とは、いくつかのパターンの文字列を、一定の形式で表現する方法の１つです。通常の文字と、メタキャラと呼ばれる特別な意味をもつ記号を組み合わせて表記します。

代表的なメタキャラには次のようなものがあります。

|  |  |
| --- | --- |
| メタキャラ | 特　　徴 |
| ｜ | いずれかの文字を選択する場合に使われます。  “tax|tex”はtaxまたはtexのことです。 |
| ( ) | まとめて表現する場合に使われます。  まず( )の中を処理し、その後( )の外の文字列を連結します。  “t(a|e)x”では、“(a|e)”の部分でaまたはeを選び、その後tとxを連結します。 |
| ？＊＋ | 同じ文字を繰り返す場合に使われます。  ？は直前の文字が、０個または１個、＊は０個以上、＋は１個以上あることを表します。 |

おもなメタキャラ

|  |
| --- |
| 例題  UNIXにおける正規表現［A－Z］＋［0－9］＊が表現する文字列の集合の要素となるものはどれか。ここで，正規表現は次の規則に従う。  ［A－Z］は，大文字の英字１文字を表す。  ［0－9］は，数字１文字を表す。  ＋は，直前の正規表現の１回以上の繰返しであることを表す。  ＊は，直前の正規表現の０回以上の繰返しであることを表す。  ア　456789 イ　ABC＋99 ウ　ABC99＊ エ　ABCDEF  ア　４５６７８９ ※文字列の先頭に、少なくとも英字が１文字なくてはなりません。  イ　ＡＢＣ＋９９ ※この文字は表現できる文字に含まれません。  ウ　ＡＢＣ９９＊ ※この文字は表現できる文字に含まれません。  基本情報　平成28年度春　問3　[出題頻度：★☆☆]  解答－エ |

別冊演習ドリル 》 1-80

### ２）BNF

BNF（Backus-Naur-Form）は、**バッカス記法**とも呼ばれ、バッカスがプログラム言語Algol60の構文規則の表記法として提案したものです。文字の並び方の規則を文字で定義し、反復や選択なども適当な文字記号で表現します。文字だけで定義するので、簡潔に表現でき、最終的な文の記述形式に近い表現になります。

BNFでは、数字と英字を次のように記述します。

＜数字＞::＝０|１|２|３|４|５|６|７|８|９

＜英字＞::＝ａ|ｂ|ｃ|…|ｚ|Ａ|Ｂ|Ｃ|…|Ｚ

“::＝”は、「左辺を右辺のように定義する」という意味であり、“|”は、「または」という意味です。  
したがって、＜数字＞は、「“０～９”のいずれか１つで構成されている」と解釈することができます。

１桁以上の＜数字＞で構成される＜識別子＞を定義するには、

＜識別子＞::＝＜数字＞|＜識別子＞＜数字＞

と表現することができます。

|  |
| --- |
| 例題  次のBNFで定義されるビット列Ｓであるものはどれか。  ＜Ｓ＞::＝01 ｜ 0＜Ｓ＞1  ア　000111 イ　010010 ウ　010101 エ　011111  問題文でのＳの定義から、次のように表現できます。  ＜Ｓ＞::＝01  ＜Ｓ＞::＝0＜Ｓ＞1＝0(01)1＝0011  ＜Ｓ＞::＝0＜Ｓ＞1＝0(0011)1＝000111  基本情報　平成20年度春　問11　[出題頻度：★★★]  解答－ア |

別冊演習ドリル 》 1-81～83

### ３）ポーランド記法

ポーランド記法には、前置記法のポーランド記法と、後置記法の**逆ポーランド記法**があります。例えば、

ｘ＝ａ＊ｂ－ｃ／ｄ

という算術式について２つの表記法を示すと、

ポーランド記法（前置記法） ：＝ｘ－＊ａｂ／ｃｄ

逆ポーランド記法（後置記法） ：ｘａｂ＊ｃｄ／－＝

となります。

通常の数式「ｅ＝(ａ－ｂ)÷(ｃ＋ｄ)」を逆ポーランド記法の数式に変換する場合。

１．ｅ＝(ａ－ｂ)÷(ｃ＋ｄ) …　ａ－ｂを逆ポーランド記法の数式へ→ａｂ－：これをＸとする。

２．ｅ＝Ｘ÷(ｃ＋ｄ) …　ｃ＋ｄを逆ポーランド記法の数式へ→ｃｄ＋：これをＹとする。

３．ｅ＝Ｘ÷Ｙ …　Ｘ÷Ｙを逆ポーランド記法の数式へ→ＸＹ÷：これをＺとする。

４．ｅ＝Ｚ …　ｅ＝Ｚを逆ポーランド記法の数式へ→ｅＺ＝

５．Ｘ，Ｙ，Ｚを逆ポーランド記法の数式に置き換える。（下線部は置き換えた部分）

ｅＺ＝　→　ｅＸＹ÷＝　→　ｅＸｃｄ＋÷＝　→　ｅａｂ－ｃｄ＋÷＝

通常の数式から逆ポーランド記法の数式への変換（例）

|  |
| --- |
| 例題  後置記法(逆ポーランド記法)では，例えば，式 Y＝(A－B)×Cを YAB－C×＝と表現する。次の式を後置記法で表現したものはどれか。  Y＝（A＋B）×（C－D÷E）  ア　YAB＋C－DE÷×＝ イ　YAB＋CDE÷－×＝  ウ　YAB＋EDC÷－×＝ エ　YBA＋CD－E÷×＝  後置記法（逆ポーランド記法）は、２つの変数（オペランド）の後ろに演算子を記述する書き方であり、「A＋B」という計算式であれば「AB＋」と記述されます。  　①Y＝（A＋B）×（C－D÷E） →　Y＝AB＋×(C－DE÷)  　②Y＝AB＋×(C－DE÷) →　Y＝AB＋×CDE÷－  　③Y＝AB＋×CDE÷－ →　Y＝AB＋CDE÷－×  　④Y＝AB＋CDE÷－× →　YAB＋CDE÷－×＝  基本情報　平成24年度春　問4　[出題頻度：★★☆]  解答－イ |

別冊演習ドリル 》 1-84,85

## 4. オートマトン

学習のポイント

✅ 例題にあるような問題が解けるように！

オートマトンは、コンピュータそのものを数学的観点からモデル化し、問題解決のためのアルゴリズム（処理手順）を定式化したものです。

このうち、有限個の状態と状態遷移からなるものを**有限オートマトン**と呼びます。有限オートマトンを表現した状態遷移図では、初期状態から、入力に応じて状態遷移を行い、一連の入力後、最終状態になれば入力が受理されたことになります。

|  |
| --- |
| 例題  図で表される有限オートマトンで受理される文字列はどれか。ここで，　　　　は初期状態を，　　は受理状態を表す。  0  1  0,1  1  1  1  0  0  0  ア　01011 イ　01111 ウ　10111 エ　11110  問題の図に、下記のように状態に名前（ａ～ｅ）を追加します。  a  b  c  d  １  ０  ０  １  １  １  ０  ０  e  0,1  選択肢に与えられた文字列を有限オートマトンの図に当てはめ、受理状態（ｄ）で文字列が終了するかどうかを調べます。  1  1  0  1  1  1  1  1  1  1  1  0  1  0  1  1  0  1  1  0  ア　ａ ａ ｂ ａ ｂ ｃ  イ　ａ ａ ｂ ｃ ｄ ｅ  ウ　ａ ｂ ａ ｂ ｃ ｄ  エ　ａ ｂ ｃ ｄ ｅ ｅ  したがって、受理される文字列は、ウとなります。  基本情報　平成18年度秋　問11　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル　1-86～90

## 5. AI

AI（Artificial Intelligence：人工知能）は、認知、学習、推論、判断などの人間の知能を疑似的に実現するシステムで、代表的なものにエキスパートシステムやディープラーニングがあります。

### １）エキスパートシステム

エキスパートシステム（Expert System）は、エキスパート（専門家）の作業には一定のルールが存在することを前提に、専門家の知識を体系的に蓄積し、論理式から他の論理式を導く（論理的に物事を考える）という推論規則を適用することで、問題を解決しようとする技術で、**ルールベースAI**とも呼ばれます。

なお、専門家の知識を体系的に蓄積したものを**知識ベース**（Knowledge Base）と呼び、知識ベースに蓄えられたデータを利用して処理を行うプログラムを**推論エンジン**（Inference Engine）と呼びます。

エキスパートシステムの開発は、専門家と同等の知識をあらかじめ準備することは困難であることから、可能であるところから開発を進めて改良を繰り返しながら進化させていく進化型アプローチをとります。

エキスパートシステムは、その性質上、ルールに沿わない例外的な処理が多い業務に適用することは困難です。

|  |
| --- |
| 例題  知識ベースを利用して推論を行うものはどれか。  ア　エキスパートシステム イ　ニューラルネットワーク  ウ　バーチャルリアリティ エ　ファジィコンピュータ  イ　ニューラルネットワークは、人間の脳にある神経細胞（ニューロン）のネットワークである神経回路網（ニューラルネットワーク）で行われる信号のやりとりを、コンピュータ内で実現しようとしたものです。  ウ　バーチャルリアリティは、コンピュータグラフィクス（CG）や音響などを組み合わせることで、作りだされた仮想空間をいいます。  エ　ファジィコンピュータは、人間の行動や思考の曖昧さを数学的に扱おうというファジィ理論をもとに開発されたコンピュータです。  基本情報　平成20年度春　問37　[出題頻度：★★☆]  解答－ア |

別冊演習ドリル 》 1-91

### ２）ディープラーニング

AIの分野において、記憶したデータから特定のパターンを見つけ出すなどの、人が自然に行っている学習能力をコンピュータにもたせるための技術を**機械学習**と呼びます。機械学習の主な手法に、教師あり学習、教師なし学習、強化学習があります。**教師あり学習**は、正解・不正解などの答えのラベルを付加した大量のデータを与え、分析させることで、コンピュータにデータのパターンを学習させ、未知のデータに対しても正解・不正解や規則を得ることができるようにします。また、**教師なし学習**は、教師あり学習と同様にコンピュータに大量のデータを与え、分析させますが、正解のデータは提示せずに、統計的性質や、ある種の条件によって入力パターンを判定したり、分類（クラスタリング）を行わせることで特徴を学習させ、正誤の判定ができるようにします。なお、教師あり学習や教師なし学習で行うような大量のデータから一定の規則や意味を取り出す機能を**パターン認識**と呼びます。そして、**強化学習**は、教師あり学習と似ていますが、与えるデータに正解の情報ではなく、得点を与え、個々の行動に対しての善し悪しを得点として与えることによって、得点が最も多く得られるような方策を学習できるようにします。これらの機械学習を人間の脳神経回路をモデル化したニューラルネットワークを用いて、人間の思考と同じような手順で行えるようにする技術をディープラーニング（Deep Learning：深層学習）と呼びます。ディープラーニングなどの機械学習では、未知のデータでも統計的な処理を行うことで判定を行うことができるため、ルールに沿わない例外的な処理にも対応できます。

パターン認識とディープラーニングなどの機械学習を適用することで、最適な回答をリアルタイムで導くことができます。ただし、学習のためには大量のデータを収集する必要があり、またこれを処理する公正なシステムも必要となります。そのため、膨大な費用と手間が掛かり、経済性では劣ります。

|  |
| --- |
| 例題  AIにおけるディープラーニングの特徴はどれか。  ア　“AならばBである”というルールを人間があらかじめ設定して，新しい知識を論理式で表現したルールに基づく推論の結果として，解を求めるものである。  イ　厳密な解でなくてもなるべく正解に近い解を得るようにする方法であり，特定分野に特化せずに，広範囲で汎用的な問題解決ができるようにするものである。  ウ　人間の脳神経回路を模倣して，認識などの知能を実現する方法であり，ニューラルネットワークを用いて，人間と同じような認識ができるようにするものである。  エ　判断ルールを作成できる医療診断などの分野に限定されるが，症状から特定の病気に絞り込むといった，確率的に高い判断ができる。  ディープラーニングは、人間の脳神経回路をモデル化したニューラルネットワークを用いて、大量のデータからデータの特徴を学習することで事象を認識、予測できるようにすることです。  ア　エキスパートシステムの特徴です。  イ　様々な分野で使用されていますが、汎用的な問題解決には向いておらず、特定の分野に限定して問題解決を行います。  エ　ルールが作成できない分野でも適用可能です。  基本情報　平成30年度春　問3　[出題頻度：★★★]  解答－ウ |

別冊演習ドリル 》 1-92～94